# 27.1. 2019. Matematika 3, Grupa T1A s rješenjima

Postupak je obavezan gdje god nije očito. Kalkulatori zabranjeni. 1. Odredi domenu realne funkcije

$$f(x) = log(x-3)\tan(\frac{2}{x})$$

Rješenje. Logiritam je definiran samo za strogo pozitivne brojeve. Stoga mora biti $x-3>0$, drugim riječima $x \in (3,\infty)$. Kako u izrazu dijelimo $2/x$, to također $x \neq 0$, no taj je slučaj ionako već isključen jer je manji od 3. Konačno, tangens je definiran kao $y_T/x_T$ točke $T$ na drugom kraku kuta gdje je prvi krak na osi $x$, dakle $x_T \neq 0$, tj. kut ne smije biti $\pm\pi/2 + 2m\pi$ ($m$ cijeli broj) ili ekvivalentno $\pi/2 + k\pi$ gdje je $k \in \mathbf{Z}$. Dakle, zabranjeni su argumenti od tangensa

$$\frac{2}{x} = \pi/2 + k\pi$$

Dakle, zabranjeni su i $x = \frac{2}{\pi/2+k\pi}$, $k \in \mathbf{Z}$. No, kako znamo da su sva rješenja veća od 3 po prijašnjoj analizi, treba provjeriti koja od tih nedozvoljenih rješenja su veća od 3 da ih isključimo. Ako je $k<0$, tada je $x<0$ pa to otpada. Ako je $k=0$ to je $x = \frac{2}{\pi/2} = 4/\pi$, a taj broj je između 1 i 2, dakle on ionako nije veći od 3. Konačno, ako $k>1$, tada je $\pi/2 + k\pi \geqslant 3\pi/2$ pa $\frac{2}{\pi/2+k\pi} \leqslant \frac{2}{3\pi/2} = \frac{4}{3\pi} < 1$ pa dakle i manje od 3. Dakle, skup rješenja je $(3,\infty)$.

2. Skiciraj parabolu $y = 3x^2 - 2x - 1$, nađi njeno tjeme i, ako postoje, koordinate sjecišta s osima $x$ i $y$.

Ovdje nećemo skicirati, nego naći tražene koordinate. Kako je $3>0$ parabola je okrenuta prema gore. Ako nadopunimo do na kvadrat $y = 3[x^2 - (2/3)x - 1/3] = 3[(x-1/3)^2 - 1/9 - 1/3] = 3[(x-1/3)^2 - 4/9] = 3(x-1/3)^2 - 4/3$. Tjeme $T(x_T, y_T)$ je za $x_T$ kod kojeg je kvadratni izraz u okrugloj zagradi 0, tj. $x_T = 1/3$, a kad $x_T$ uvrstimo ispada $y_T = -4/3$. Dakle, $T(1/3,-4/3)$.

$y=0$ kad $3(x-1/3)^2 - 4/3 = 0$, dakle $(x-1/3)^2 = 4/9$, $x - 1/3 = \pm 2/3$, dakle $x_1 = 1/3 - 2/3 = -1/3$ i $x_2 = 1/3 + 2/3 = 1$, pa su sjecišta s osi $x$ točke $(-1/3,0)$ i $(1,0)$. Sjecišta s osi $y$ imaju $x=0$ pa za parabolu imamo samo jedan takav, $y = 3\cdot 0^2 - 2\cdot 0 - 1 = -1$ (slobodan član polinoma), $(0,-1)$.

3. a) Nađi koordinate sjecišta $S$ pravca $p$ u ravnini parametarski zadanog s $t \mapsto (t, 2t-1)$ i pravca $q$ kojem pripadaju točke $A(2,1)$ i $B(4,0)$.

Pravac $q$ ima parametarsku j. $u \mapsto (2,1) + u(4-2, 0-1) = (2u+2, -u+1)$. U sjecištu je

$$t = 2u+2, \quad 2t-1 = -u+1.$$

Dakle, $2(2u+2)-1=-u+1$. Dalje, $5u=-2$, $u=-2/5$ i $t=6/5$ pa je sjecište $S(6/5,7/5)$.

Druga metoda: možemo pisati jednadžbu pravca $q$ kroz $A$ i $B$ i kao $y-y_A=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}(x-x_A)$, dakle $y-1=-\frac{1}{2}(x-2)$, tj. $y=-\frac{1}{2}x+2$. s druge strane, pravac $p$ se može pisati kao $y=2t-1=2x-1$ pa je $2x_S-1=-\frac{1}{2}x_S+2$, pa $\frac{5}{2}x=3$ i $x=\frac{6}{5}$. $y_S=2x_S-1=\frac{12}{5}-1=\frac{7}{5}$.

b) Nađi kosinus kuta između ta dva pravca.

Parametarska jednadžba od $p$ je $t\mapsto(0,-1)+t(1,2)$ pa je $(1,2)$ uzduž tog pravca. S druge strane $\vec{AB}=(2,-1)$ je uzduž pravca $q$. Kosinus je dakle

$$cos\gamma=\frac{(2,-1)\cdot(1,2)}{\|(2,-1)\|\|(1,2)\|}=\frac{2-2}{\sqrt{5}\sqrt{5}}=0$$

pa je $\gamma$ pravi kut.

4. Podijeli polinom $-3y^3-2y^2+y-3$ polinomom $3y+1$ s ostatkom.

$$\begin{array}{lllll}
(-3y^3 & -2y^2 & +y & -3) : (3y+1) = -y^2-\frac{1}{3}y+\frac{4}{9} \\
+3y^3 & +y^2 & & \\
 & -y^2 & +y & \\
 & +y^2 & +\frac{1}{3}y & \\
 & & +\frac{4}{3}y & -3 \\
 & & -\frac{4}{3}y & -\frac{4}{9} \\
 & & & -\frac{31}{9} \leftarrow \text{ostatak}
\end{array}$$

Provjera: $(-y^2-\frac{1}{3}y+\frac{4}{9})\cdot(3y+1)-\frac{31}{9}=-3y^3-y^2-y^2-\frac{1}{3}y+\frac{4}{3}y+\frac{4}{9}-\frac{31}{9}=-3y^3-2y^2+y-3$

5. Ako su vrhovi paralelograma redom $A, B, C, D$ pri čemu su tri točke po redu $A(0,3)$, $B(2,2)$, $C(4,4)$, koja je površina paralelograma $P$ i koordinate $x_O$,$y_O$ sjecišta dijagonala $O$ ?

Površina paralelograma je duljina vektorskog umnoška vektora dviju stranica iz istog vrha, dakle $\|\vec{AB} \times \vec{AD}\|$ ili ekvivalentno vektora stranice i vektora dijagonale iz istog vrha $\|\vec{AB} \times \vec{AC}\|$. Naime, $\vec{AB} \times \vec{AD} = \vec{AB} \times (\vec{AC} + \vec{CD}) = \vec{AB} \times \vec{AC} + \vec{AB} \times \vec{CD} = \vec{AB} \times \vec{AC} + \vec{AB} \times \vec{AB}$ i drugi sumand je nula (vektorski umnožak vektora sa samim sobom). To je korisno samo zato da ne moramo računati koordinate od $D$ jer se one ne traže (ali rezultat bi bio isti).

$\vec{b} = \overrightarrow{AB} = (2, -1)$, $\vec{c} = \overrightarrow{AC} = (4, 1)$

$b = \|\vec{b}\| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

$c = \|\vec{c}\| = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$ dijagonala

Ako shvatimo tu ravninu kao ravninu $xy$ u prostoru,

$P = \| \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} \| = \|(b_x c_y - b_y c_x)\vec{k}\| = \|(2 \cdot 1 + 1 \cdot 4)\vec{k}\| = 6$

Alternativno, $P = |bc \sin \angle CAB| = bc\sqrt{1 - \cos^2 \angle CAB} = \sqrt{b^2c^2 - (b \cdot c)^2}$, dakle $P = \sqrt{5 \cdot 17 - (2 \cdot 4 - 1 \cdot 1)^2} = \sqrt{85 - 49} = \sqrt{36} = 6$.

Dijagonala je na pola puta između A i C, dakle

$O = A + \vec{AO} = A + \frac{1}{2}\vec{AC} = (2, 7/2)$ ili $x_O = 2, y_O = 3.5$

Za potpunost, $D = A + \vec{AD} = A + \vec{BC} = (0,3) + (2,2) = (2,5)$. Kako je $\vec{AD} = \vec{BC} = (2,2)$, mogli smo računati

$$P = \|\vec{AB} \times \vec{AC}\| = \|\vec{AB} \times \vec{BC}\| = \|(2,-1) \times (2,2)\| = \|6\vec{k}\| = 6$$

Ili smo to mogli vidjeti kao umnožak dva vektora iz vrha $B$,

$$P = \|\vec{BA} \times \vec{BC}\| = \|(-1,2) \times (2,2)\| = \| - 6\vec{k}\| = 6$$

6. Ako je ravnina $M$ dana jednadžbom $3x + 4y + z = 3$ nađi njenu udaljenost od točke $P(2, 1, 4)$.

Iz implicitne jednadžbe čitamo da je $\vec{n} = (3, 4, 1)$ vektor okomit na $M$. Pravac okomit na $M$ koji prolazi kroz $P$ je dakle zadan parametarski,

$$t \mapsto P + t\vec{n} = (2, 1, 4) + t(3, 4, 1)$$

Nađimo probodište $N$ koje pripada $M$, $3x_N + 4y_N + z_N = 3$

$3(2 + 3t) + 4(1 + 4t) + 4 + t = 3$ iz čega slijedi $26t = -11$. Iz toga slijedi da $t = -11/26$ pa je $M = (2, 1, 4) - \frac{11}{26}(3, 4, 1) = (\frac{19}{26}, \frac{-18}{26}, \frac{93}{26})$ (provjera: $3 \cdot 19/26 + 4 \cdot (-18)/26 + 1 \cdot 93/26 = 78/26 = 3$), a udaljenost je

$d = \|t\vec{n}\| = \|\frac{11}{26}(3, 4, 1)\| = \frac{11}{26}\sqrt{3^2 + 4^2 + 1^2} = \frac{11\sqrt{26}}{26}$

7. Riješi sustav jednadžbi

$$\begin{array}{ccccccc} 2x & + & y & + & z & = 0 \\ 3x & + & 2y & - & z & = 3 \\ 2x & - & y & + & 4z & = -12 \end{array}$$

Gaussovom metodom eliminacije.

Rješenje je $x = -3, y = 6, z = 0$.

8. Nađi skup rješenja nejednadžbe

$$\frac{x-3}{x+4} < 2$$

$$\frac{x - 3 - 2(x + 4)}{x + 4} < 0$$

$$\frac{-x - 11}{x + 4} < 0$$

I slučaj $-x - 11 < 0$ i $x + 4 > 0$, dakle $x > -4$ i $-11 < x$, dakle $x \in (-4, \infty)$

II $-x - 11 > 0$ i $x + 4 < 0$, dakle $x < -4$ i $-11 > x$, dakle $x \in (-\infty, -11)$

Skup rješenja je unija $(-\infty, -11) \cup (-4, \infty)$

9. Pomnoži matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 7 & 5 \\ 0 & 1 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 11 & -17 \\ 0 & 4 & 36 \end{pmatrix}$$

Kad pišete rješenje treba biti jasno kojeg je matrica tipa. Ovdje je $2 \times 3$ matrica.

10. Za slijedeće veličine napiši njihove egzaktne vrijednosti ako su definirane, a ako nisu definirane napiši da nisu definirane. Sve funkcije gledamo kao funkcije realne varijable osim e) i g) kad gledamo i kompleksne vrijednosti.

a) $\log_3(9^{3/4}) = \log_3(3^{2\cdot 3/4}) = 3/2$

b) $(\cos(x))^2$ ako je $\sin(x) = 0.21$

$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ pa je $\cos^2(x) = 1 - 0.21^2 = 1 - 0.441 = 0.559$

c) $\log_3(9x^4)$ ako je $\log_9(x) = 4$ dakle $x = 9^4 = 3^8$, pa je $\log_3(9 \cdot (3^8)^4) = \log_3(3^{2+8\cdot 4}) = 34$

d) $\log_3(z^6) = \log_3((z^2)^3) = 3\log_3(z^2) = 6$ ako je $\log_3(z^2) = 2$

e) $\exp(7i\pi/4)$ gdje je $i = \sqrt{-1}$

Sad je $7\pi/4 = 2\pi - \pi/4$. Sjetimo se da je $\cos(2\pi + x) = \cos(x)$ i $\sin(2\pi + x) = \sin(x)$ te da je kosinus parna i sinus neparna funkcija. Po Eulerovoj formuli za eksponencijalnu funkciju imaginarnog argumenta,

$\exp(i\phi) = \cos(\phi) + i\sin(\phi)$ slijedi

$\cos(7\pi/4) + i\sin(7\pi/4) = \cos(-\pi/4) + i\sin(-\pi/4) = \cos(\pi/4) - i\sin(\pi/4) = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

f) $\log(-3)$ nije definirano kao realna funkcija realnog argumenta jer je $-3 < 0$

g) (dijeljenje dva kompleksna broja)

$$\frac{5-i}{2+4i} = \frac{(5-i)(2-4i)}{(2+4i)(2-4i)} = \frac{6-22i}{20} = \frac{3}{10} - \frac{11}{10}i$$

Kao malu provjeru, primijetite $|\frac{3}{10} - \frac{11}{10}i| = \sqrt{\frac{9}{100} + \frac{121}{100}} = \sqrt{\frac{130}{100}} = \sqrt{\frac{13}{10}}$, a omjer modula brojnika i nazivnika početnog izraza $\frac{\sqrt{5^2+1^2}}{\sqrt{2^2+4^2}} = \sqrt{\frac{26}{20}} = \sqrt{\frac{13}{10}}$.

## 27.1. 2019. Matematika 3, T1B

1. Odredi domenu funkcije

$$f(x) = \text{tg}(\frac{1}{\sqrt{x}})$$

Da bi $\sqrt{x}$ bio definiran, $x$ mora biti pozitiva ili 0, a da bi mogli s rezutatom dijeliti, ne smije biti nula. Dakle domena je svakako podskup od $\mathbf{R}_+ = (0, \infty)$. Tangens je definiran uvjek osim za one vrijednosti argumenta $\pi/2 + k\pi = \frac{2k+1}{2}\pi$ (kad je drugi krak kuta na osi $y$, tada je kosinus nula i tangens nije definiran) gdje je $k \in \mathbf{Z}$. Dakle, $1/\sqrt{x} \neq \pi/2 + k\pi$. Očito, gledamo samo $k \in \mathbf{N}_0$, inače su vrijednosti s desne strane negativne. Nakon kvadriranja,

$$1/x \neq (2k+1)^2\pi^2 4$$

pa $x \neq \frac{4}{(2k+1)^2\pi^2}$, $k \in \mathbf{N}_0$, to su vrijednosti $\frac{4}{\pi^2}, \frac{4}{9\pi^2}, \frac{4}{16\pi^2}, \frac{4}{25\pi^2}, \frac{4}{36\pi^2}, \ldots$. Domena je dakle $(0, \infty) \backslash \{\frac{4}{(2k+1)^2\pi^2} | k \in \mathbf{N}_0\}$ i sve izuzete točke su manje od 1.

2. Skiciraj parabolu $y = -x^2 - 2x + 1$, nađi njeno tjeme i, ako postoje, koordinate sjecišta s osima $x$ i $y$.

Upotpunjavamo na kvadrat: $-x^2 - 2x + 1 = -(x^2 + 2x) + 1 == -[(x + 1)^2 - 1] + 1 = -(x+1)^2 + 2$. Dakle, tjeme je kad je kvadratni izraz nula, $x + 1 = 0$, dakle $x_T = -1$ i uvrstimo ga u $y$ i dobijemo $y_T = 2$.

Os $x$ ima jednadžbu $y = 0$, pa su sjecišta nultočke koje je najlakše naći isto u formi s upotpunjenim kvadratom. Dakle,

$$-(x+1)^2 + 2 = 0$$

pa je $2 = (x+1)^2$ i $x + 1 = \pm\sqrt{2}$. Iz toga, $x_1 = -1 + \sqrt{2}$ i $x_2 = -1 - \sqrt{2}$. Sjecišta su dakle, $(-1 \pm \sqrt{2}, 0)$.

Os $y$ ima j. $x = 0$, pa je $y = -x^2 - 2x + 1 = 1$, dakle $(0, 1)$.

Koeficijent uz kvadratni član je negativan pa je parabola okrenuta prema dolje.

3. Nađi implicitnu jednadžbu ravnine kojoj pripadaju točke $P(1,0,2)$, $Q(0,3,0)$, $R(4,1,1)$.

Iz toga slijedi da su komplanarni s tom ravninom vektori $\vec{a} = \vec{PQ} = (-1,3,-2)$ i $\vec{b} = \vec{PR} = (3,1,-1)$.

Ima puno načina da se riješi ovaj zadatak. Jedan je da se napiše opća implicitna jednadžba ravnine $Ax+By+Cz+D=0$ i uvrste $(x,y,z)$ od svake od ove tri točke i riješi sustav od tri jednadžbe za 4 nepoznanice A,B,C,D od kojih jednu možemo uzeti po volji ako nije nula. To je dosadan način.

Drugi način je da se sjetimo da je vektor normale $\vec{n} = (A,B,C)$ na ravninu proporcionalan vektorskom umnošku $\vec{PQ} \times \vec{PR} = (-1,3,-2) \times (3,1,-1)$. Kad uvrstimo jednu od točaka odmah dobijemo $D$. Vektorski umnožak možemo računati po formuli $\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y)\vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z)\vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\vec{k}$ ili kao $3 \times 3$-determinantu. Ja ću ovdje raspisivati determinantu. Dakle, vektorski umnožak je

$$\vec{n} = \begin{vmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{vmatrix}$$

$$\vec{n} = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$\vec{n} = (-3+2)\vec{i} - (1+6)\vec{j} + (-1-9)\vec{k} = -\vec{i} - 7\vec{j} - 10\vec{k}$$

Dakle, $-x - 7y - 10z + D = 0$ iz čega slijedi za $(x,y,z) = Q(0,3,0)$ da $-1 \cdot 0 - 7 \cdot 3 - 10 \cdot 0 + D = 0$, dale $D = 21$ pa je implicitna jednadžba ravnine $-x-7y-10z+21=0$ ili ma koja proporcionalna, recimo $x+7y+10z-21=0$. Za provjeru se lako uvrsti $P,Q,R$.

4. Podijeli polinom $z^3 - (3/2)z^2 + z - 2$ polinomom $z+1$ s ostatkom.

$$\begin{array}{lllll}
(z^3 & -\frac{3}{2}z^2 & +z & -2) : (z+1) = z^2 - \frac{5}{2}y + \frac{7}{2} \\
-z^3 & -z^2 & & \\
 & -\frac{5}{2}z^2 & +z & \\
 & +\frac{5}{2}z^2 & +\frac{5}{2}z & \\
 & & +\frac{7}{2}y & -2 \\
 & & -\frac{7}{2}y & -\frac{7}{2} \\
 & & & -\frac{11}{2} \leftarrow \text{ostatak}
\end{array}$$

Provjera: $(z^2 - \frac{5}{2}z + \frac{7}{2}) \cdot (z+1) - \frac{11}{2} = z^3 - \frac{5}{2}z^2 + \frac{7}{2}z + z^2 - \frac{5}{2}z + \frac{7}{2} - \frac{11}{2} = z^3 - \frac{3}{2}z^2 + z - 2$.

5. Dva su vektora u ravnini $\vec{CA} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ i $\vec{CB} = 3\vec{i} - \vec{j}$.

a) Nađi kosinus kuta između ta dva vektora.

b) Ako je treći vrh trokuta $C(0,2)$ nađi ostale vrhove $A$ i $B$ ako je $\vec{CA} = \vec{a}$ i $\vec{CB} = \vec{b}$.

$$\cos\angle(\vec{CA}, \vec{CB}) = \frac{\vec{CA} \cdot \vec{CB}}{\|\vec{CA}\|\|\vec{CB}} = \frac{3}{\sqrt{13}\sqrt{10}}$$

$$A = C + \vec{CA} = (0,2) + (2,3) = (2,5)$$

$$B = C + \vec{CB} = (0,2) + (3,-1) = (3,1)$$

6. Ako je ravnina dana jednadžbom $3x + 4y + z = 3$ nađi njenu udaljenost od točke $P(2,1,4)$.

$\vec{n} = (3,4,1)$ je vektor normale na ravninu pa je okomica na ravnina kroy $P$ parametarski zadana s $t \mapsto P + t\vec{n} = (2+3t, 1+4t, 4+t)$. Probodište s ravninom, dakle nožište okomice $N$ na ravnini je točka na pravcu koja je ujedno na ravnini, pa je $3(2+3t) + 4(1+4t) + (4+t) = 3$, dakle $26t + 11 = 0$ pa je $t = -11/26$ i udaljenost je

$$d(P,N) = |t|\|\vec{n}\| = \frac{11}{26}\sqrt{3^2 + 4^2 + 1^2} = \frac{11\sqrt{26}}{26} = \frac{11}{\sqrt{26}}$$

7. Riješi sustav jednadžbi

$$\begin{array}{rcccccl} 2x & + & y & + & 2z & = 7 \\ -6x & + & y & - & z & = 5 \\ 2x & - & y & + & -3z & = -1 \end{array}$$

Gaussovom metodom eliminacije. Rješenje je $(1, 9, -2)$.

8. Nađi skup rješenja nejednadžbe

$$\frac{x-2}{3x+4} \geqslant 1$$

Pribrojimo $-1$ na obje strane,

$$\frac{x-2-3x-4}{3x+4} \geqslant 0$$

$$\frac{-2x-6}{3x+4} \geqslant 0$$

I. slučaj $-2x-6 \geqslant 0$ i $3x+4 > 0$. Tada $x \leqslant -3$ i $x > -4/3$, a kako je drugi broj veći, takav $x$ ne postoji

II. slučaj $-2x-6 \leqslant 0$ i $3x+4 < 0$. Tada $-6 \leqslant 2x$, dakle $-3 \leqslant x$ i $x < -\frac{4}{3}$. Skup rješenja (ujedno i konačni skup rješenja jer je prvi slučaj otpao) je dakle poluotvoreni interval, odnosno $x \in [-3, -4/3)$

9. Pomnoži matrice

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 7 & 0 \\ -2 & 7 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 7 & -12 \\ -6 & 28 & -12 \end{pmatrix}$$

Kad pišete rješenje treba biti jasno kojeg je matrica tipa.

10. Za slijedeće veličine napiši njihove egzaktne vrijednosti ako su definirane, a ako nisu definirane napiši da nisu definirane. Sve funkcije gledamo kao funkcije realne varijable osim e) i g) kad gledamo i kompleksne vrijednosti.

a) $\log_3(3^{2\cos(0)}) = 2$

b) $(\cos(x))^2 = 1 - 0.78^2 = 1 - 0.6084 = 0.3916$ ako je $\sin(x) = 0.78$

c) $\log_3(9x)$ ako je $\log_9(x^3) = 4$

Iz toga je $\log_3(x) = \frac{1}{3}\log_3(x^3) = \frac{2}{3}\log_9(x^3) = \frac{2}{3}$
$cdot4 = 8/3$ i $\log_3(9x) = \log_3(9) + \log_3(x) = 2 + 8/3 = 14/3$

d) $\log_6(z^3) = \frac{3}{2}\log_6(z^2) = 3$ ako je $log_6(z^2) = 2$

e) $\exp(17i\pi/3)$ gdje je $i = \sqrt{-1}$. Sjetimo se Eulerove formule, da su sinus i kosinus periodične s periodom $2\pi$, da je kosinus parna i sinus neparna funkcija. Sad je $17\pi/3 = 6\pi - \pi/3$ pa je

$$\cos(17\pi/3) = \cos(-\pi/3) = \cos(\pi/3) = 1/2,$$

$$\sin(17\pi/3) = \sin(-\pi/3) = -\sin(\pi/3) = -\sqrt{3}/2.$$

Dakle,

$$\exp(17i\pi/3) = \cos(17\pi/3) + i\sin(17\pi/3) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

f) $\log(-5+1)$ logaritam negativnog broja nije definiran

g) (kvocijent kompleksnih brojeva)

$$z = \frac{2+i}{1+3i} = \frac{2+i}{1+3i}\frac{1-3i}{1-3i} = \frac{(2+i)(1-3i)}{10}$$

$$z = \frac{2+i-6i+3}{10} = \frac{5}{10} - \frac{5}{10}i = \frac{1}{2} + \frac{-1}{2}i$$

Kao provjeru primijetimo da je omjer modula brojnika i nazivnika $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}} = \frac{1}{2}$, a da je $\|z\| = \sqrt{\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2}} = \frac{1}{2}$. Ili direktno, $(1/2 - i/2)(1 + 3i) = 2 + i$.