

statistika 31.3.2021. datum, IME i PREZIME:

1. Na koliko načina možemo poredati 6 kuglica u niz, ako su od 6 kugli 3 bijele, 2 crne i jedna plava, a kod poretka gledamo samo boje, a ne razlikujemo kuglice koje iste boje?



6! za različite kuglice

$$\frac{6!}{3! 2! 1!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1} = 60$$

Prva kuglica može na 6 mjesta, druga na 5 itd.

Razmještaj žutih između sebe 3! načina
crnih između sebe 2!
plavih 1!

to ne brojimo

2. Na koliko načina možemo izabrati ekipu od 3 para plesač-plesačica (redosljed parova nema veze, ali ima veze tko je s kime) ako imamo 5 plesača i 4 plesačice na raspolaganju?



PRVI NAČIN uzaberemo $\overset{1}{\Delta} \overset{2}{\Delta} \overset{3}{\Delta}$ $\overset{a}{\Omega} \overset{b}{\Omega} \overset{c}{\Omega}$ i nakon toga to će skine



$$\binom{4}{3} \times \binom{5}{3} \times 3!$$

$$4 \cdot 10 \cdot 6 = 240$$

DRUGI NAČIN prvi par 4×5 drugi par 3×4 treći par 2×3

podijelimo s 3! jer redosljed parova nema veze

$$\frac{4 \times 5 \times 3 \times 4 \times 2 \times 3}{3!}$$

$$= 240$$

3. Ako bacamo novčić 4 puta
a) kolika je vjerojatnost $P(3)$ da točno 3 puta ispadne strana na kojoj je slavuj (a ne kuna)?
b) kolika je vjerojatnost da svih 4 puta bude kuna?

binomna razdioba $P(m) = \binom{n}{m} p^m \cdot (1-p)^{n-m}$



$n \times$ bacala
 p vjer. za 1 pogodak u 1 pokušaju

$$a) P(2) = \binom{4}{3} 0.5^3 \times 0.5^1 = 4 \times 0.5^4 = 0.25 = 25\%$$

$$b) P(4) = \binom{4}{4} 0.5^4 \times 0.5^0 = 1 \times 0.5^4 = 0.0625 = 6.25\%$$

(opr. 12-18)
popodne 6 sati

$$P(M) = \frac{3}{6}$$

$$P(A) = \frac{4}{6}$$

4. Dejanu je nelagodno u prisustvu kolegica iz njegovog razreda jer su ga ismijavale pa ih nekad izbjegava. U utorak popodne Marina na ulici bila 3 sata od ukupno 6 sati popodneva, a Ana je provela 4 sata u tih 6 sati. Ako je Marina na ulici onda je samo 30% vjerojatnost da će u to vrijeme biti i Dejan, a ako je Ana, onda je samo 10%. Ako smo u utorak popodne slučajno vidjeli da je Dejan na ulici, kolika je vjerojatnost da je na ulici istovremeno bila i Marina? **Znamo da Dejan ima peh pa se pojavljuje kad je na ulici jedna od te**

$$P(D|M) = 0.3$$

$$P(D|A) = 0.1$$

D = Dejan na ulici
A = Ana na ulici
M = Marina na ulici

P(M|D)

Marina na ulici ako znamo da je Dejan na ulici

0.3 x 3/6 dobro

$$P(M|D) = \frac{P(M \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D|M)P(M)}{P(D|M)P(M) + P(D|A)P(A)}$$

totalna vjerojatnost

$$0.3 \times 3/6 + 0.1 \times 4/6$$

$$= \frac{0.9}{0.9 + 0.4} = \frac{9}{13}$$

5. Rijekom plove plovila. Ako prodje po 3 plovila svake dvije minute, kolika je vjerojatnost da prodje točno 4 plovila u 5 minuta?



Poissonova razdioba
 zanima nas 5 minuta (pitajte se o tom periodu!)
 želimo $m \neq 4$

$\lambda =$ očekivani broj plovila u

$$3 \text{ pl} : 2 \text{ min} = \lambda \text{ pl} : 5 \text{ min} \quad ; \quad \text{razmjerne veličine}$$

$$\lambda = \frac{3}{2} \cdot 5 = 7.5$$

$$P(m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$$

$$P(4) = \frac{7.5^4}{24} e^{-7.5} \doteq 0.0729$$

kod ravnoduša

6. U grupi je 5 djece visina 110, 115, 117, 125 i 126 cm. Nadji medijan, srednju vrijednost, varijancu (srednje kvadratno odstupanje) i standardnu devijaciju.

$$E(X - E[X])^2 = E(X^2) - E(X)^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i^2}{5} - \left(\frac{\sum_{i=1}^5 x_i}{5}\right)^2 = \frac{110^2 + 115^2 + 117^2 + 125^2 + 126^2}{5} - \frac{593^2}{5} = 118.6$$

$$\text{Var}(x) = \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 / 5$$

$$\sigma_x = \sqrt{\text{Var}(x)}$$

$$\begin{array}{r} 86 \times 86 \\ \hline 688 \\ 516 \\ \hline 7396 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \times 36 \\ \hline 108 \\ 216 \\ \hline 1296 \end{array}$$

i	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	x_i^2
1	110	-8.6	73.96	12100
2	115	-3.6	12.96	13225
3	117	-1.6	2.56	13689
4	125	6.4	40.96	15625
5	126	7.4	54.76	15876
Σ	593	0.0	185.20	70515

Σ/n 118.6 0.0 37.04 14103

$$\begin{array}{r} 6.4 \times 6.4 \\ \hline 384 \\ 256 \\ \hline 4096 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7.4 \times 7.4 \\ \hline 518 \\ 296 \\ \hline 5476 \end{array}$$

$$\text{Var}(x) = \frac{185.20}{5}$$

$$= 37.04 \text{ cm}^2$$

$$\sigma(x) = \sqrt{\text{Var}(x)} = \sqrt{37.04} = 6.086 \text{ cm}$$

$$x = \bar{x} \pm \sigma_x = (118.6 \pm 6.1) \text{ cm}$$

$$\overline{x^2} = 14103$$

$$(\bar{x})^2 = 118.6^2 = 14065.96$$

$$\begin{array}{r} 14103.00 \\ 14065.96 \\ \hline 00037.04 \end{array}$$

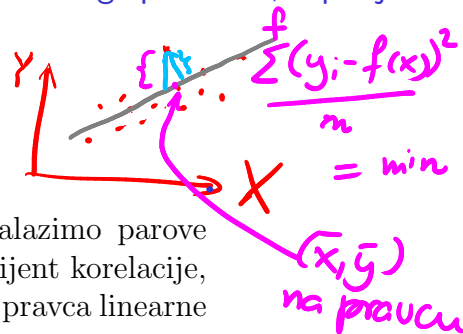
$$\text{Var}(x) = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = 14103 - 14065.96 = 37.04$$

korelacijska analiza - koje se veličine ponašaju na povezan način (ne nužno uzročno-posljedične veze), dakle jedna se povećava kad se druga povećava ili jedna se smanjuje kad se druga povećava, u prosjeku

regresijska analiza - koja je funkcionalna povezanost slučajnih veličina



7. Tri puta mjerimo dvije slučajne veličine, x i y i nalazimo parove vrijednosti (x, y) : $(2.0, 0.5)$, $(4.0, 1.2)$, $(5.5, 2.1)$. Nadj i koeficijent korelacije, kovarijancu uzorka $Cov(x, y)$, koeficijent regresije i jednadžbu pravca linearne regresije.

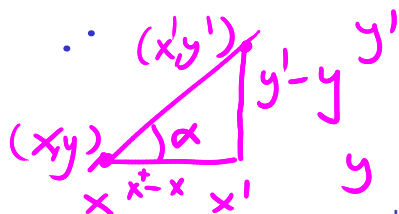


linearna regresijska analiza u dvije dimenzije = nađi pravac najbliže podacima u smislu srednjeg kvadratnog odstupanja po osi y

koef. korelacije

$$Kor(x, y) = \frac{Cov(x, y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

$$= \frac{Cov(x, y)}{\sqrt{Var(x)Var(y)}}$$



$$\frac{y' - y}{x' - x} = \text{tg } \alpha$$

koeficijent regresije

$$y - \bar{y} = R(x - \bar{x})$$

iz tablice

$$R = \frac{Cov(x, y)}{Var(x)}$$

$$-1 \leq Kor(x, y) \leq 1$$

$$Var(x) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$Cov(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n}$$

i	x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
1	2.0	0.5	-1.83	-0.77	3.3489	0.5929	+1.4091
2	4.0	1.2	0.17	-0.07	0.0289	0.0049	-0.0119
3	5.5	2.1	1.67	0.83	2.7889	0.6889	+1.3861
Σ	11.5	3.8	0.01	-0.01	6.1667	1.2867	2.7833
Σ/n	3.83	1.27			2.0556	0.4289	0.9278

$Kor(x, y)$

$$Kor = 0.9278 / \sqrt{2.0556 \cdot 0.4289} = 0.9881$$

$$k = \frac{Cov(X, Y)}{Var[X]}$$

$$k = 0.9278 / 2.0556 = 0.45135$$

ili

$$k = 2.7833 / 6.1667 = 0.45134$$

$$y - 1.27 = 0.451(x - 3.83)$$

PRAVAC REGRESIJE

$$y = 1.27 + 0.451x - 1.73$$

$$y = 0.451x - 0.46$$