

mat4 24. 6. 2024. cijelo gradivo Ime:

1. Promatraj skup T kompleksnih brojeva $c + di$ kojima su i imaginarni i realni dio cijeli brojevi.

- a) Je li skup T monoid s obzirom na zbrajanje? (da/ne)
- b) Je li skup T grupa s obzirom na množenje? (da/ne)
- c) Objasni zašto skup S nije tijelo.

2. U modularnoj aritmetici modulo broj 11 izračunaj $(3*2+1)*(3*2+2)*(3*3+8)$ gdje je $*$ množenje modulo 11 i $+$ zbrajanje modulo 7. Rezultat mora biti klasa kongruencije označena 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ili 10.

3. Definiraj grupu kao algebarsku strukturu.

4. Promatrajmo 2×2 matrice s elementima u tijelu kvaterniona, koji je definiran kao prsten čiji elementi su oblika $a + bi + cj + dk$ gdje su a, b, c, d realni brojevi koji komutiraju s i, j, k , a potonji se množe po pravilima $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, $ij = k$, $jk = i$, $ki = j$, $ji = -k$, $kj = -i$, $ik = -j$. Izračunaj (u svakom članu dobivene matrice elementi moraju biti oblika $a + bi + cj + dk$ gdje su a, b, c, d realni brojevi)

$$\begin{pmatrix} 1 - i & 2k \\ i & i + 2j \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3k & i \\ k & -i \end{pmatrix}$$

5. Napiši sve inverzije i nađi duljinu permutacije $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

6. Napiši parametarsku jednadžbu pravca u prostoru koji prolazi kroz točke $A(0, 2, 7)$ i $B(1, 3, 5)$.

7. Podijeli polinome $P = y^3 + 7y^2 - y - 2$ i $S = y - 1$ s ostatkom. Provjeri rezultat pismeno.

8. Neka je $e = (e_1, e_2)$ baza od \mathbb{R}^2 dana vektorima $e_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ (u standardnoj bazi $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ od \mathbb{R}^2 ; $e_1 = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ itd.)

Ako je linearni operator $h: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dan vrijednostima na bazi, $h(e_1) = -e_1 + e_2$, $h(e_2) = 3e_1 + e_2$ napiši a) koliko je $h(2e_1 + e_2)$ u bazi e_1, e_2 ; (koristi linearnost od $g!$)

b) Rezultat napiši i u standardnoj bazi.

c) Napiši vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ kao linearnu kombinaciju vektora baze e_1, e_2 .

9. Tri vrha paralelograma su redom $E(0, 1, -3)$, $F(6, 4, 2)$, $G(-1, 0, 1)$. Nadj
- 1) četvrti vrh H koji je nasuprotan vrhu F ,
 - 2) koordinate sjecišta dijagonala S ,
 - 3) površinu P tog paralelograma
 - 4) jedinični vektor normale (vektor okomit na paralelogram duljine 1).