# mat4 6. rujna 2023. IME i PREZIME:

1. Izračunaj kompoziciju permutacija skupa $\{A, B, C, D\}$ (gornji red je početno, a donji red u svakom stupcu završno stanje, kao i obično)

$$\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ B & C & D & A \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ C & A & B & D \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ B & D & C & A \end{pmatrix} =$$

2. Vrhovi tetraedra su $A(2,1,0), B(1,3,0), C(-1,0,3), D(0,1,1)$. Nadji volumen tetraedra.

3. Promatrajmo $2 \times 2$ matrice s elementima u tijelu kvaterniona, gdje je $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, $ij = k$, $jk = i$, $ki = j$, $ji = -k$, $kj = -i$, $ik = -j$. Izračunaj

$$\begin{pmatrix} i & 3 \\ j & -k \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} j-i & i \\ 1 & i \end{pmatrix}$$

4. Promatraj ravninu $M$ s jednadžbom $3x + 3y + 2z - 3 = 0$ i točku $Q(1, 0, 1)$ koja je van ravnine. Nadji parametarsku jednadžbu pravca $p$ koji prolazi kroz $Q$, a okomit je na $M$ i koordinate probodišta $N$ tog pravca s $M$ (dakle okomitu projekciju $N$ točke $P$ na $M$).

5. Nadji volumen kugle $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2 \leq 4$ i njenu udaljenost od točke $T(-3,0,5)$.

6. Baza $e=(e_1,e_2)$ od $\mathbb{R}^2$ je dana vektorima $e_1=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$, $e_2=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ (u standardnoj bazi $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ od $\mathbb{R}^2$; $e_1=1\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$)

Ako je linearni operator $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ dan vrijednostima na bazi, $g(e_1)=-e_1+e_2$, $g(e_2)=3e_1+1e_2$.

a) koliko je $g(2e_1-e_2)$ u bazi $(e_1,e_2)$; (koristi linearnost od $g$!)

b) Rezultat napiši i u standardnoj bazi.

c) Napiši vektor $\vec{c}=\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$ u bazi $(e_1,e_2)$, tj. nadji $\alpha,\beta\in\mathbf{R}$ takve da je $\vec{c}=\alpha e_1+\beta e_2$.

8. Definiraj prsten.

9. a) Pokaži da je skup $S^1$ svih kompleksnih brojeva modula (apsolutne vrijednosti) 1 grupa s obzirom na množenje kompleksnih brojeva (tj. multiplikativna podgrupa od $\mathbf{C}$). b) Je li $S^1$ polugrupa s obzirom na zbrajanje kompleksnih brojeva, i obrazloži.