

mat4 1.7.2021. IME i PREZIME:

1. Ravnina $x + y + z + 1 = 0$ sijeće sferu polumjera 5 oko ishodišta u kružnici koja leži u toj ravnini. Ta kružnica ima manji polumjer nego sfera jer je središte sfere van kružnice. Nadji taj manji polumjer i središte te manje kružnice (koje leži u gornjoj ravnini!).
 2. Pravilni teatraedar (pravilna trostrana piramida kojoj su sve stranice sukladni jednakostranični trokuti) ima stranicu od 5 metara. Nadji volumen i površinu tog tetraedra.

3. Promatrajmo skup M 2 puta 2 matrica kojima su elementi kompleksni brojevi. Taj skup je prsten s obzirom na uobičajeno zbrajanje i množenje 2 puta 2 matrica, dakle izmedju ostalog aditivna Abelova grupa (s obzirom na $+$) i multiplikativni monoid (s obzirom na \cdot). Promatrajmo funkciju $f : M \rightarrow M$ koja je dana formulom

$$f \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & 2b \\ 3c & 3d \end{pmatrix}$$

Pokaži je li ili nije to preslikavanje homomorfizam

- a) aditivnih grupa
- b) multiplikativnih monoida

4. Promatramo paralelepiped kojem je jedan vrh ishodište $O(0, 0, 0)$, a tri druga susjedna vrha od ishodišta su $A(1, 1, -1), B(2, 3, 1), C(-1, 1, 3)$. Paralelepiped, kao poopćenje kocke ima 8 vrhova, 12 bridova i 6 stranica. Sve stranice paralelepipađa su paralelogrami, ima ih 6 (3 para sukladnih), i svaki paralelogram ima po dvije dijagonale na rubu paralelepipađa, to je ukupno 12 dijagonala na rubu paralelepipađa. Kako ima 8 vrhova, to postoji $(8 \text{ puta } 7)/2 - 12$ dijagonala (od svakog do svakog vrha osim do samog sebe i osim tamo gdje su bridovi), dakle 16, od čega 12 na stranicama i 4 prostorne, recimo ako promatramo jedan rubi paralelogram, od svakog od njegova 4 vrha do po jedne od 4 nasuprotnih vrhova njemu paralelnog paralelograma. Promatrajmo sada paralelogram kojemu su tri susjedna vrha O, A, B i nazovimo njegovo sjecište dijagonala P_{OAB} , i paralelogram kojemu su tri susjedna vrha O, B, C i nazovimo njegovo sjecište dijagonala s P_{OBC} . Na kraju promatrajmo zajedničko sjecište svih 4 prostornih dijagonala paralelepipađa P . Nadjite koordinate od P_{OAB}, P_{OBC} i P .

5. Promatrajmo kosi valjak takav da je kut izmedju osi valjka i okomice na osnovicu valjka $\pi/6$. Ako je volumen valjka 100 kubičnih centimetara i osnovica valjka je krug površine 10 kvadratnih centimetara, kolika je visina valjka H i kolika je duljina c svake izvodnice valjka (izvodnice spajaju ekvivalentne točke na rubu gornje i donje osnove valjka).

6. Neka je $e = (e_1, e_2)$ baza od \mathbb{R}^2 dana vektorima

$$e_1 = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} =$$

(u standardnoj bazi $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ od \mathbb{R}^2 ; $e_1 = 6 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ itd.)

Ako je linearни operator $h: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dan vrijednostima na bazi, $h(e_1) = -2e_1 + e_2$, $h(e_2) = 3e_1 + 2e_2$.

a) koliko je $h(2e_1 + 3e_2)$ u bazi e_1, e_2 ; (koristi linearost od g !)

b) Rezultat napiši i u standardnoj bazi.

c) Napiši vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$ kao linearnu kombinaciju vektora baze e_1, e_2 .

7. Nadji kut izmedju ravnina $2x + y + z - 2 = 0$ i $3x + y + 1 = 0$ (priznaje se i dovoljno je i ako nadjete samo kosinus ili sinus tog kuta).

8. Pokaži da pravac dan normalnom jednadžbom $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{5} = \frac{z-2}{2}$ i pravac dan parametrizacijom $t \mapsto (4 + 2t, 2t, -1 + 10t)$ pripadaju jednoj te istoj i pri tome jedinstvenoj ravnini i nadji vektor normale (okomice) na tu ravninu.