

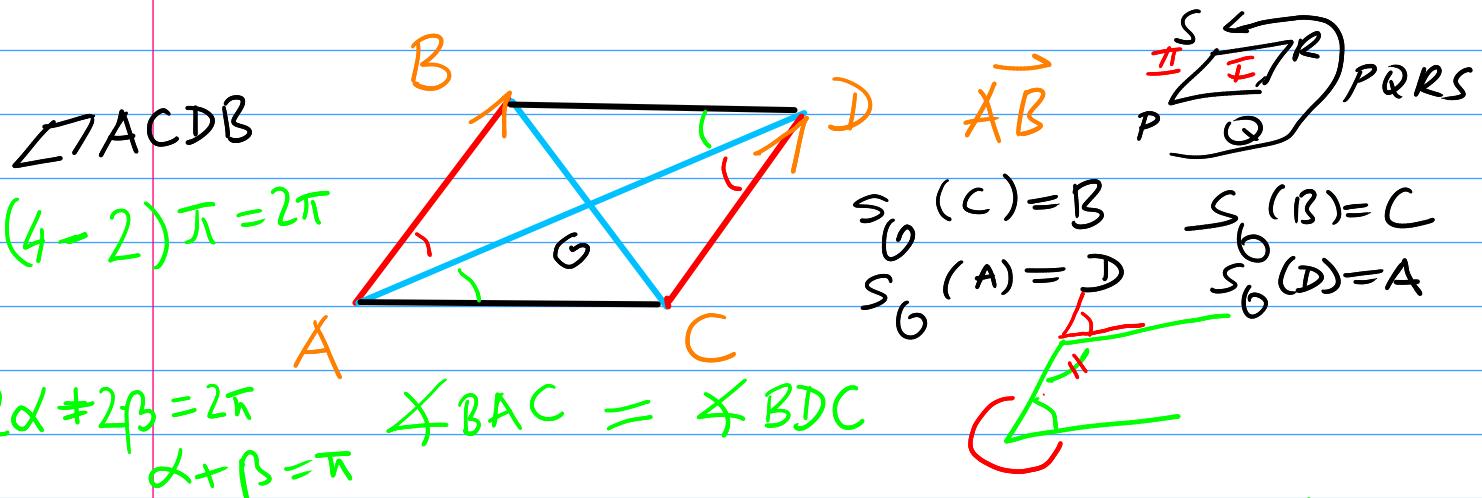
Matematika 4, 18. 3. 2021.

Primjeri grupa iz geometrije:
 grupa svih izometrija ravnine
 grupa svih izometrija prostora
 grupa svih rotacija ravnine
 grupa svih translacija ravnine

Svaka izometrija ravnine je kompozicija 0,1,2 ili 3 osne simetrije.
 identiteta 0, osna simetria 1, translacija 2, rotacija 2, centralna simetria 2.

(učvršćeni) vektor je usmjerena dužina
 (dužina kojoj znamo koja je početna, a koja završna točka)

(slobodni) vektor je razred ekvivalencije usmjerenih dužina po
 relaciji ekvipotentnosti: dva su vektora ekvivalentna ako se spojnica
 početka prve i kraja druge dužine i spojnica početka druge i kraja
 prve dužine međusobno raspolažaju (to znači da su te dvije dužine
 nasuprotne stranice paralelograma s istom orientacijom jer je
 paralelogram četverokut kojem se dijagonale međusobno raspolažaju

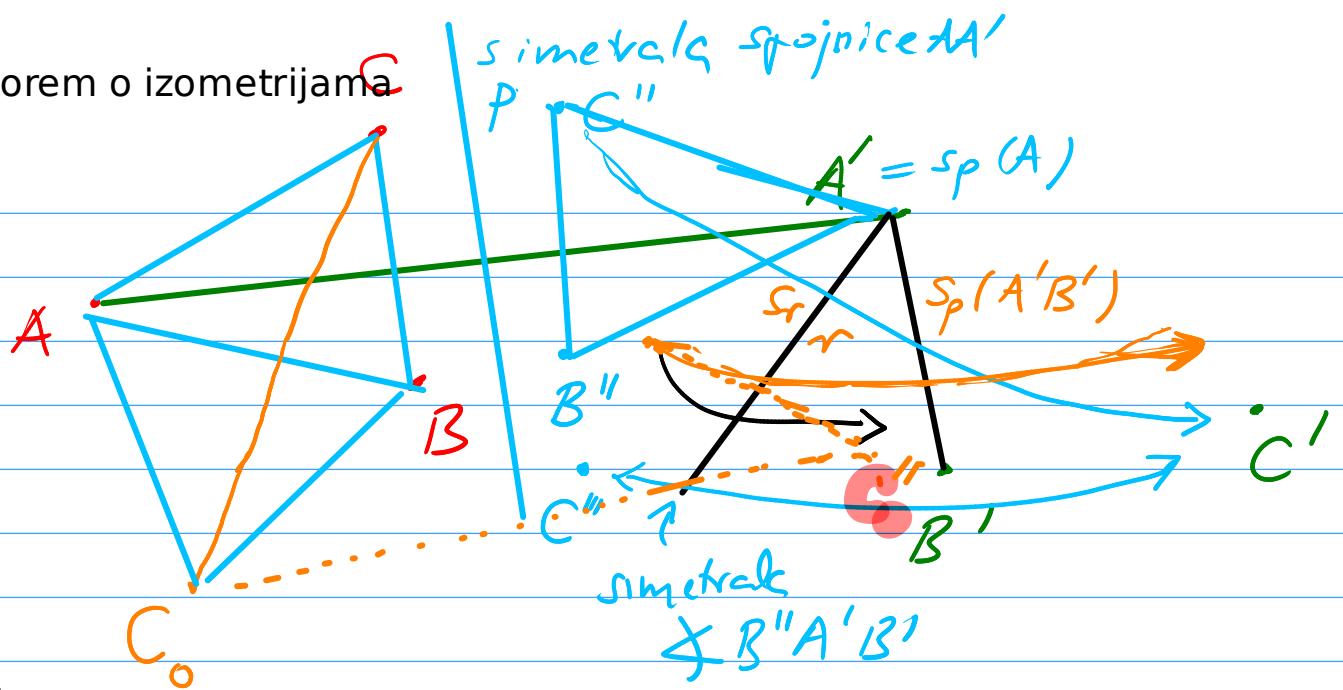


$$d(A, B) + d(B, C) \geq d(A, C)$$

$$d: M^2 \times M^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

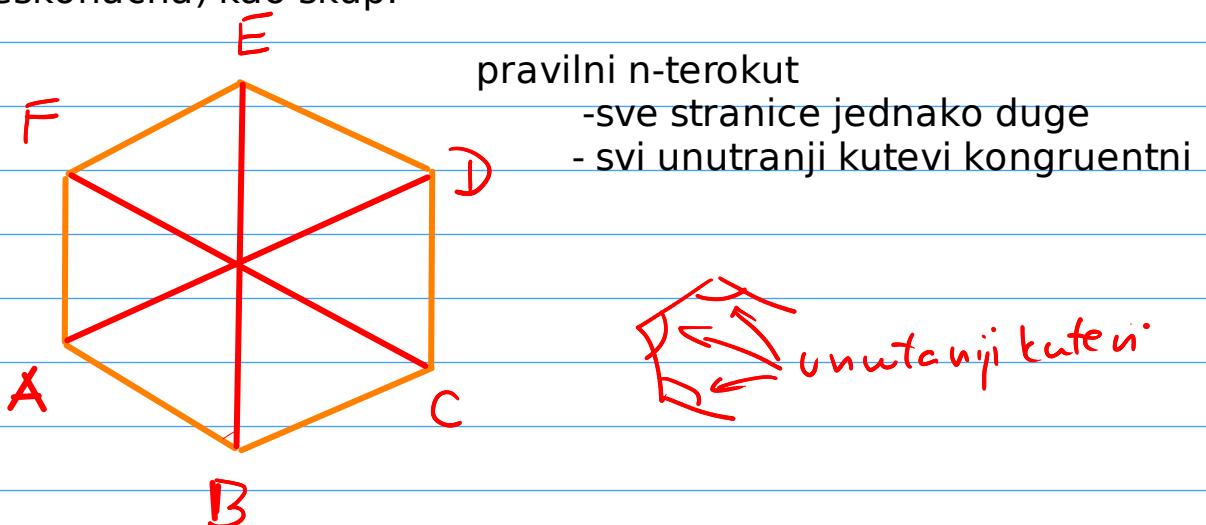
$$d(A, B) = d(f(A), f(B))$$

Osnovni teorem o izometrijama ravnine



Definicija.

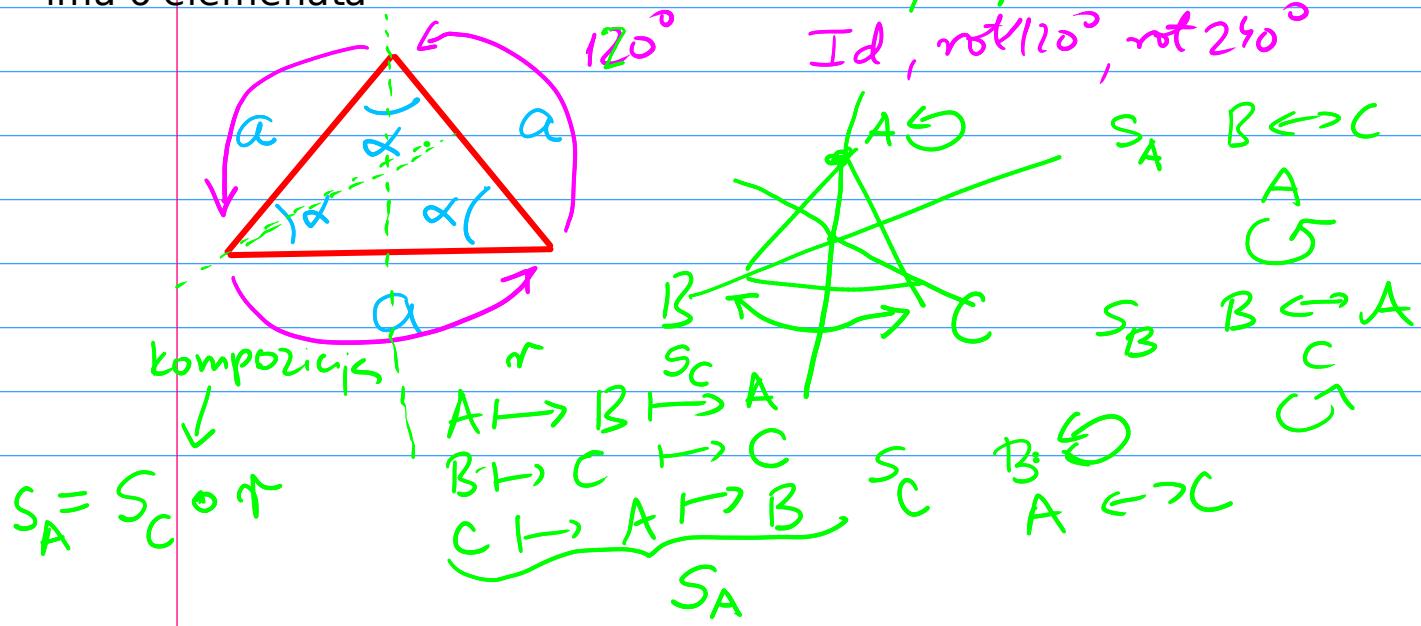
Za grupu kažemo da je konačna (beskonačna) ako je konačna (beskonačna) kao skup.



Grupa simetrija pravilnog n-terokuta je grupa onih izometrija ravnine koje čuvaju poziciju n-terokuta kao cjeline (naravno, ne čuvaju po točkama)

Primjer: grupa simetrija/izometrija jednakostraničnog trokuta

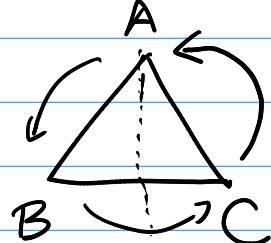
ima 6 elemenata



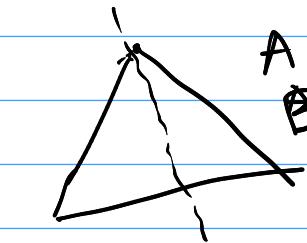
tablica množenja elemenata grupe (Cayleyeva tablica)

	\circ	e	τ	τ^2	s_A	s_B	s_C
I	e	e	τ	τ^2	s_A	s_B	s_C
	τ	τ	τ^2	e	s_C	s_A	s_B
	τ^2	τ^2	e	τ	s_B	s_C	s_A
	s_A	s_A	s_B	s_C	e	τ^2	τ
	s_B	s_B	s_C	s_A	τ	e	τ^2
	s_C	s_C	s_A	τ^2	τ	e	e

$$\begin{aligned} \tau \circ s_A &= s_C \\ \neq s_A \circ \tau &= s_B \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \tau^2 \circ s_A & \\ = \tau \circ (\tau \circ s_A) & \\ = \tau \circ s_C &= s_B \end{aligned}$$



A B C
B A C

$$(s_A \circ \tau) \circ \tau = s_B \circ \tau$$

A \mapsto B \mapsto C
B \mapsto A \mapsto A
C \mapsto C \mapsto B

U tablici množenja svaki element grupe se pojavljuje točno jednom u svakom retku i u svakom stupcu.