Matematika 2 – 1. ožujka 2023.

Dva pristupa učenju geometrije: sintetički (bez koordinata, čisto pojmovnom analizom) matematika 2
analitički (koordinatni, ili preko komponenti vektora) dio mat. 3 i mat 4. (i ovdje malo o koord. sustavu)

Matematika 2: planimetrija, malo stereometrije

PLANIMETRIJA: Euklidova geometrija ⟶ antičko doba

HILBERT ~1905. moderna aksiomatika

⋮

METRIČKI AKSIOMATSKI SUSTAV – modifikacija Hilbertovog gdje koristimo brojeve i udaljenosti

1. dio kolegija : aksiomatika ← teško (TEST ima teorija)

2. dio : crtanje i računanje s likovima u ravnini ← lagano ali puno

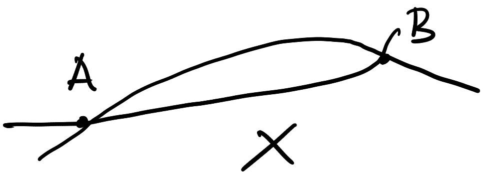
3. dio STEREOMETRIJA ← lagana

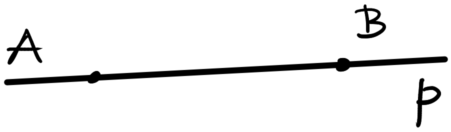
Primitivni pojmovi: pravac, točka, relacija incidencije među točkama i pravcima, udaljenost koja paru točaka zadaje njihovu udaljenost (realni broj)

Aksiomi: 1. incidencije (3 aksioma), 2. uređaja (2 aksioma), 3. o udaljenosti (4-5), 4. simetrije (2 aksioma), 5. aksiom o paralelama (1 aksiom, karakterizira Euklidsku planimetriju)

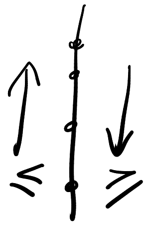
I-1 $\forall A \neq B$ točke $\exists!$ pravac $p$

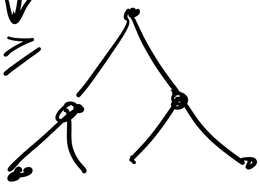
$A$ i $B$ leže na $p$




$a \leq b \iff b \geq a$

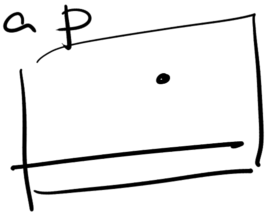


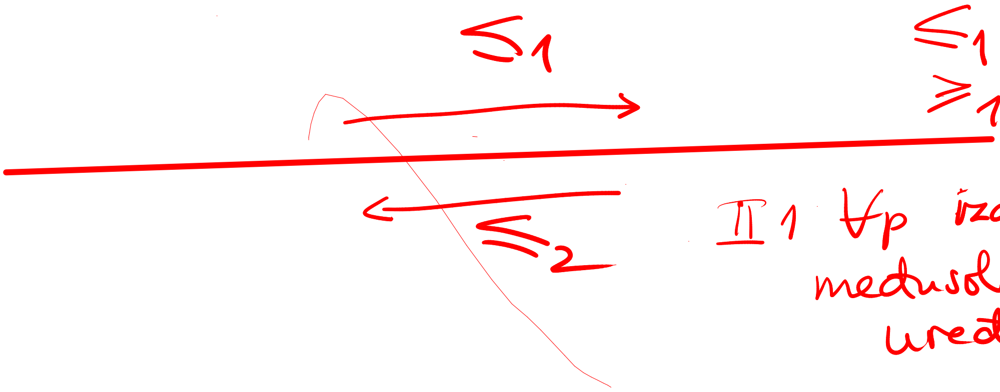



I-2 $\forall p$ $\exists$ barem tri točke na njemu

I-3 $\forall p$ $\exists A$, $A$ ne leži na $p$

(aksiom dimenzije)






$\leq_1 = \geq_2$

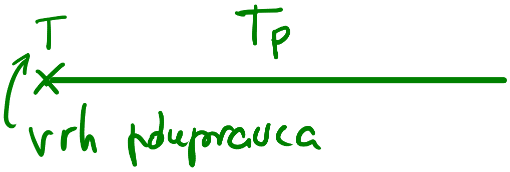
$\geq_1 = \leq_2$

II 1 $\forall p$ izabrana su dva međusobno suprotna uređaja

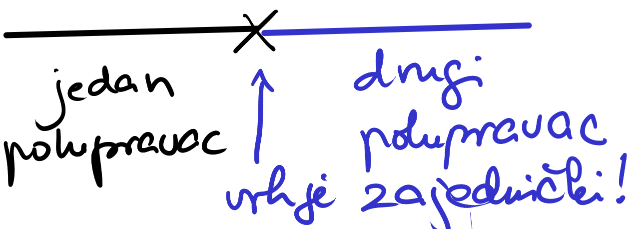
Orijentirani pravac je pravac na kojem je izabran jedan od ta dva istaknuta uređaja!

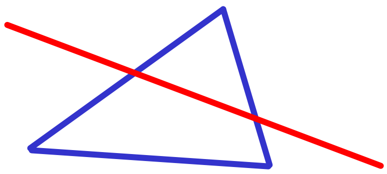
Neka je p pravac i T točka na njemu.    Izaberimo uređaj na to pravcu (imamo orij. pravac p).

Skup svih točaka (dio pravca) koji uključuje točku T i sve točke koje leže iza T, tj. $T \leq A$





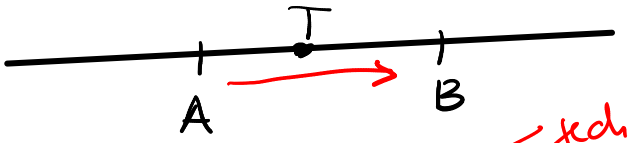



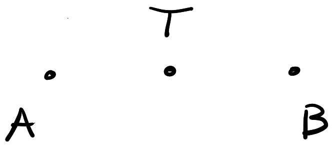
II-2  PASCHOV AKSIOM  (potrebno nam je znati što su dužine i trokut)

Ako neki pravac siječe trokut u jednoj stranici i ne prolazi ni jednim vrhom trokuta tada taj pravac siječe još barem jednu stranicu.

(moramo definirati trokut i njegove elemente)

T je između A i B




jedinstveni pravac kroz A i B, $A \neq B$

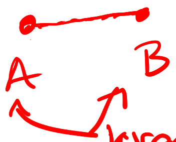
**Def.** Točka T leži između (međusobno različitih) točka A i B ako

1) leži na pravcu AB

2) $A \leq_1 T \leq_1 B$ po jednom od dva utvrđena uređaja na AB
(po drugom je $B \leq_2 T \leq_2 A$) ispred jedne, a iza druge točke

Dužina je skup svih točaka koje leže između dvije fiksne različite točke $\overline{AB}$

$A \in \overline{AB}$ $\quad A \neq B$




krajevi dužine
vrhovi dužine

Konveksni skup (S) u ravnini je ma koji skup sa svojstvom da ako su ma koje dvije različite točke u njemu onda je nužno i svaka točka između njih u njemu.

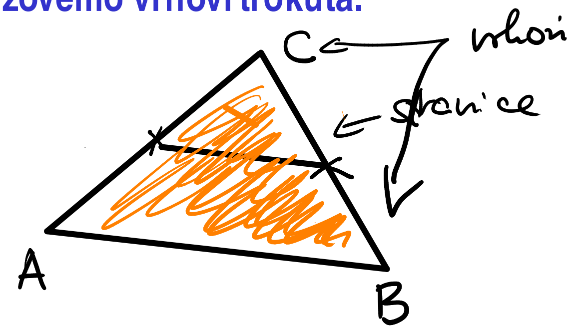
$\forall A \neq B, \{A, B\} \subset S$
$\Rightarrow \overline{AB} \subset S$


Prazni skup je konveksan! Skup M svih točaka u ravnini je također konveksan!

Neka je S ma koji skup u ravnini. Tada je presjek svih skupova točaka koji sadrže S i koje su konveksne je i sam konveksan i to je NAJMANJI konveksni skup koji sadrži zadani skup S i zovemo ga kompleksna ljuska konv(S) skupa S.

Skup točaka ravnine je KOLINEARAN ako sve njegove točke leže na istom pravcu i NEKOLINEARAN ako to nije istina.

Definicija. TROKUT je najmanji konveksni skup koji sadrži tri zadane nekolinearne točke koje zovemo vrhovi trokuta.




Sada ima smisla što smo rekli u Paschovom aksiomu!