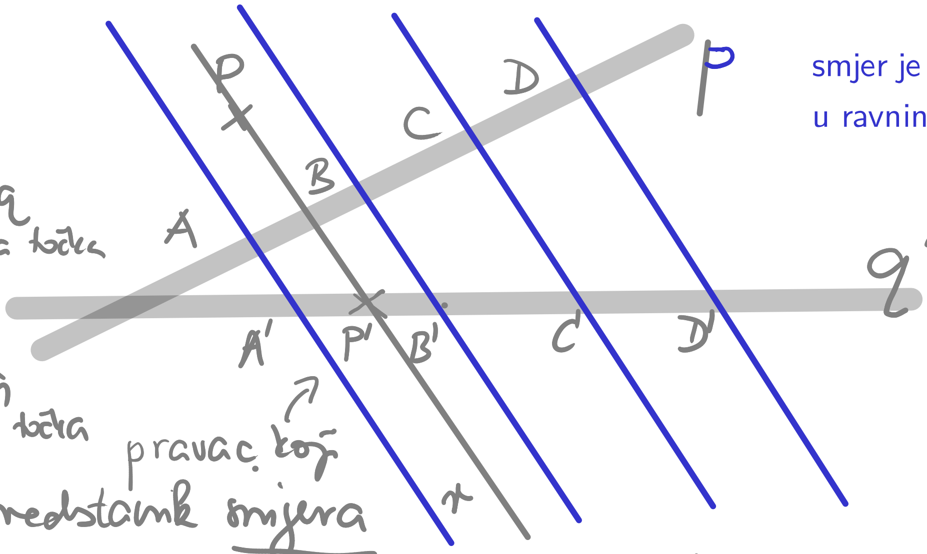
Matematika 2, 14. travnja 2021.

paralelna projekcija i Talesov teorem o proporcionalnosti

smjer je klasa ekvivalencije paralelnih pravaca u ravnini



$r \cap q$ jedna točka

$\Downarrow$

$r' \cap q$ jedna točka

pravac koji je predstavnik smjera paralelnih pravaca

pravac na kojega projiciramo

$A \longmapsto A'$

$B \longmapsto B'$

$r \cap q = \{\text{jedna točka}\}$

$M^2 \to q$ paralelna projekcija na q uzduž r (SMJERA OD)

$M^2 \ni P \longmapsto P' \in r' \cap q$

za jedinstveni r', $r' \ni P$, $r' \parallel r$

(po V aksiomu Euklida)

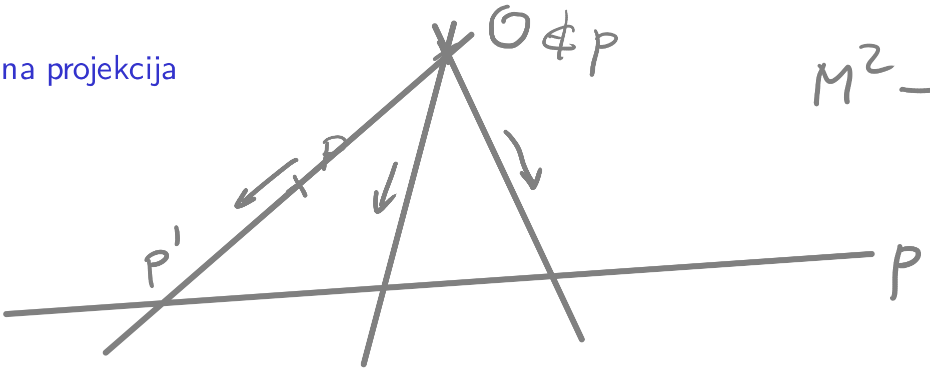
Talesov teorem o proporcionalnosti

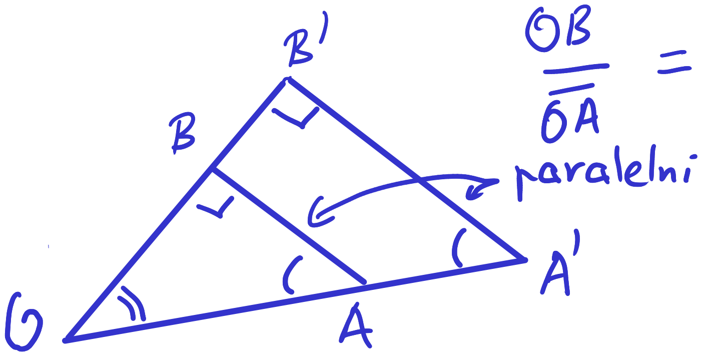
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{C'D'}} \quad \text{ili} \quad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}}$$

Centralna projekcija

$O \notin p$

$M^2 \to p$



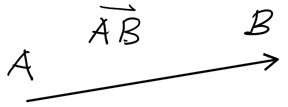


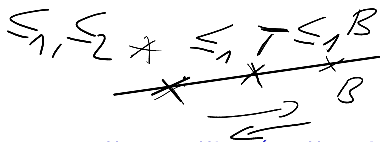
$$\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{BB'}}{\overline{AA'}} = \lambda$$

$$\parallel$$

$$\frac{\overline{B'A'}}{\overline{BA}}$$

Vektori u Euklidskoj ravnini



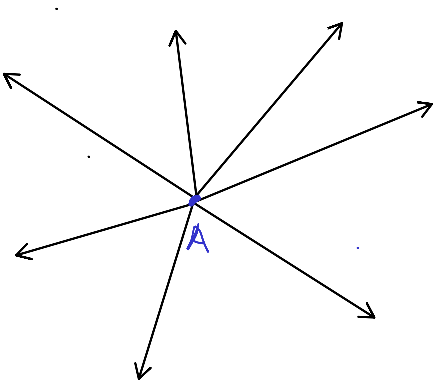


usmjerena dužina je dužina kojoj znamo koja je njezina početna, a koja završna točka (početak i kraj)

spojnica različitih točaka A i B (dužina $\overline{AB}$) je skup svih točaka koje leže između A i B

kažemo da je A početak od $\vec{AB}$, a B kraj od $\vec{AB}$

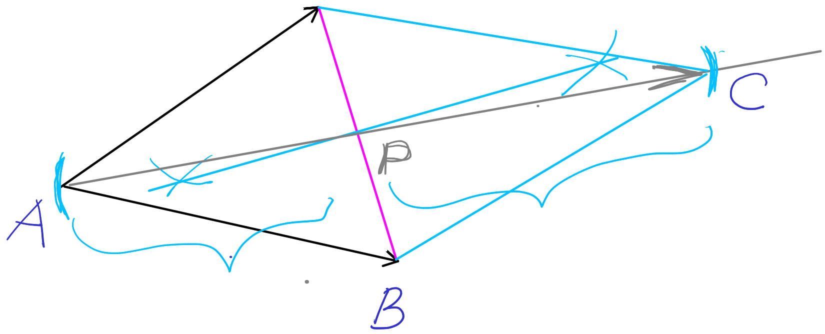
također kažemo da je $\vec{AB}$ pričvršćena iil učvršćena ii fiksirana u točki A



vektore učvršćene u istoj točki možemo zbrajati (čine komutativnu grupu tj. imamo operaciju zbrajanja koja je svuda definirana, asocijativna ima neutralni element i svaki element ima suprotni (inverzni) element i operacija je komutativna)

zbrajanje po pravilu paralelograma

$$\vec{AE} + \vec{AB} \overset{def}{=} \vec{AC}$$



zbroj dva vektora koja su učvršćena u istoj točki je jedinstveni vektor učvršćen u toj točki čija završna točka je četvrta točka paralelograma čije prve tri točke su krajnje točke učvršćenih vektora koje zbrajamo

zbroj vektora koji odgovaraju susjednim stranicama paralelograma, a idu iz istog vrha je dijagonala tog paralelograma koja kao vektor ide iz istog vrha

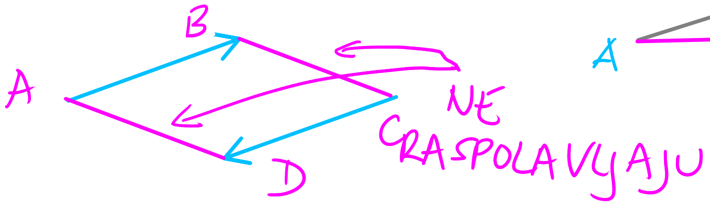
Po definiciji krajevi (vrhovi) dužine su različiti, no kad govorimo o vektorima onda uključujemo i nulvektor $\vec{AA}$

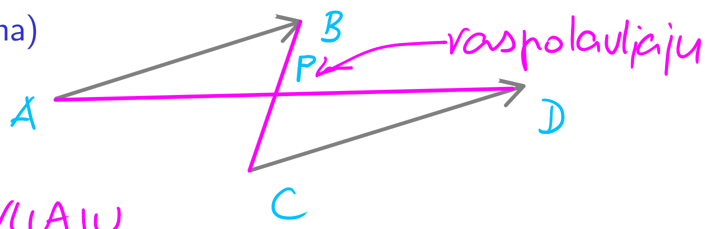
$$\vec{AA} + \vec{AB} = \vec{AB} = \vec{AB} + \vec{AA}$$

Promatrajmo skup usmjerenih dužina ravnine (iz raznih točaka), uključujući u nulvektore

Uvodimo relaciju ekvivalencije na tom skupu koja je najmanja relacija ekvivalencije takva da

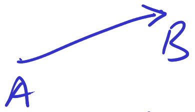
1) ako su prave usmjerene dužine (nisu nulvektori): dvije su usmjerene dužine ekvivalentne ako se spojnica od početka prve do kraja druge i spojnica od početka druge do kraja prve međusobno raspolavljaju (one su dijagonale paralelograma)





2) svaka dva nulevektora su ekvivalentna (nulvektor i prava usmjerena dužina nisu ekvivalentni)

To je relacija ekvivalencije (vrijedi tranzitivnost, simetričnost i refleksivnost)



$\overrightarrow{AB} \equiv \overrightarrow{AB}$ ← oznaka u Horvatića

https://www2.irb.hr/korisnici/zskoda/horvaticla.pdf

5. poglavlje

$\overrightarrow{AB} \equiv \overrightarrow{CD} \iff$

$\overline{AD}$ i $\overline{BC}$ se raspolavljaju

D=B, A=C

$\overrightarrow{AB} \equiv \overrightarrow{AB}$ ako $\overline{AB}$ i $\overline{BA}$ imaju zajedničko polovište

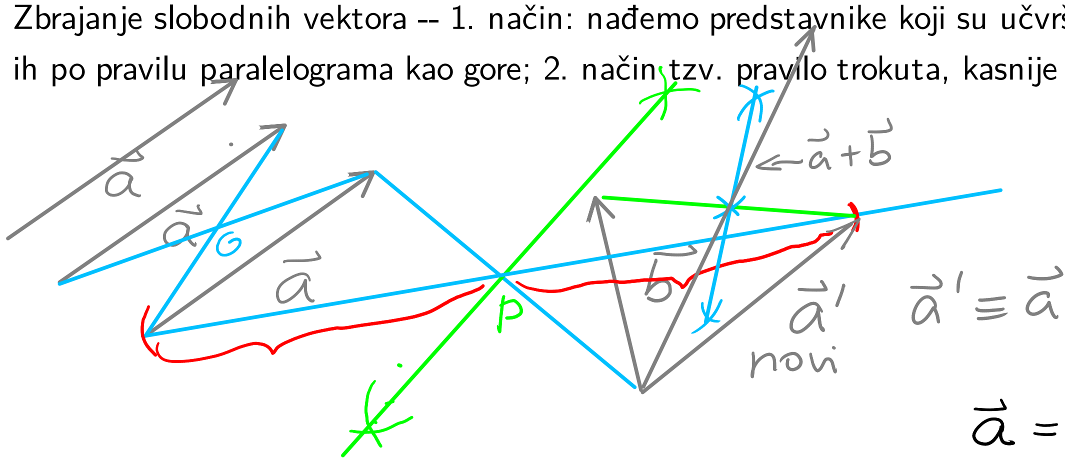
$\overrightarrow{AB} \equiv \overrightarrow{CD}$ $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ se rasp.

$\overrightarrow{CD} \equiv \overrightarrow{AB}$ $\overline{CD}$ i $\overline{AB}$ se rasp. } isto

klase ekvivalencije usmjerenih dužina (učvršćenih u raznim točkama, uključujući nulvektore) po toj relaciji ekvivalencije se zovu SLOBODNI VEKTORI

$\vec{a} = \underbrace{[\overrightarrow{AB}]_{\equiv}} = \underbrace{[\overrightarrow{AB}]}$ (kasnije $\underbrace{\overrightarrow{AB}}$)

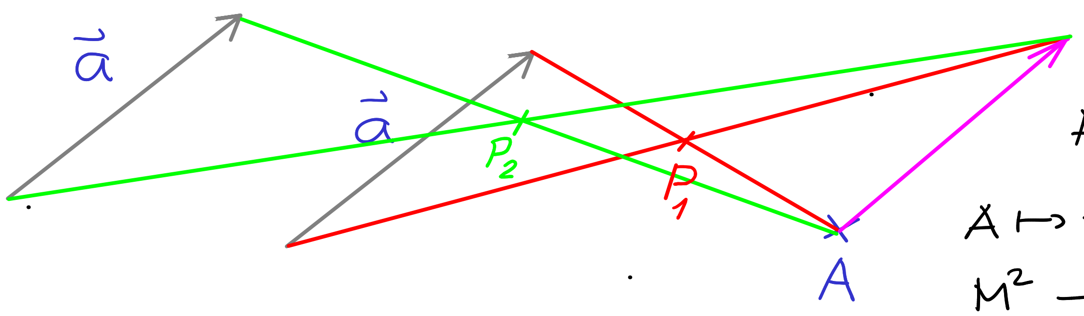
Zbrajanje slobodnih vektora -- 1. način: nađemo predstavnike koji su učvršćeni u istom vrhu i zbrojimo ih po pravilu paralelograma kao gore; 2. način tzv. pravilo trokuta, kasnije



$\vec{a}' \equiv \vec{a}$

$\vec{a} = [\overrightarrow{AB}]$, $\vec{a} \ni \overrightarrow{AB}$

Vektor $\vec{a'}$ ne ovisi o izboru predstavnika za $\vec a$: Preciznije, ako gledamo slobodni vektor kao klasu usmjerenih dužina, tada za danu početnu točku A, postoji točno jedna točka B, tako da je $\overrightarrow{AB}$ predstavnik od $\vec a$.



$B = t_{\vec a}(A)$

$A + \vec a$

$A \mapsto t_{\vec a}(A)$

$M^2 \to M^2$ izometrija, translacija za vektor $\vec a$

Ta točka B se označava i s $A + \vec{a}$ i s $t_{\vec a}(A)$, translacija točke A za vektor $\vec a$

Drugi način gledanja translacije = translacija je izometrija koja je kompozicija dviju osnih simetrija u odnosu na osi simetrije koje su međusobno paralelni pravci, to je translacija za dvostruki najkraći vektor (kao dužina) koji ide od prvog pravca do drugog pravca (po okomici)