

Matematika 3 – Prvi kolokvij (Grupa B)

Za ostvariti maksimalan učinak, dovoljno je sakupiti ukupno 35 bodova.

Zadatak 1.

- (a) **(2 boda)** Iskažite osnovni teorem algebre.
- (b) **(3 boda)** Dokažite da je polinom $P(x)$ djeljiv s polinomom $(x - x_0)$ ako je x_0 nultočka polinoma $P(x)$.
- (c) **(3 boda)** Nad poljem kompleksnih brojeva, s kolko najviše, a koliko najmanje različitih unarnih polinoma stupnja 2 može biti djeljiv polinom stupnja 4? Obrazložite svoj odgovor.

Zadatak 2. (5 bodova) Odredite prirodne domene sljedećih realnih funkcija:

$$(a) f(x) = \frac{1}{\cos(3x)} \quad (b) f(x) = \frac{x + e^x}{\ln(-x + 1)} \quad (c) f(x) = \ln(\sin^2(x))$$

Zadatak 3. (5 bodova) Grafički odredite rješenje sustava linearnih nejednadžbi

$$\begin{aligned} 2y + 3x &\leq 1 \\ -4y + 2x - 1 &< 0 \end{aligned}$$

Pri tome pravce koji određuju rubove rješenja provucite kroz dvije točke i naznačite im sjecište. Jasno naznačite djelove pravaca koji su uključeni u rješenje.

Zadatak 4. (6 bodova) Skicirajte graf racionalne funkcije

$$f(x) = \frac{4x^2 + 2x - 6}{2x - 1}.$$

Odredite domenu, nultočke i asimptote.

Zadatak 5. (6 bodova) Svođenjem na potpuni kvadrat odredite nultočke funkcije

$$f(x) = -x^2 + 3x - 1.$$

Metodom translacije odredite ekstrem. Jeli ekstrem minimum ili maksimum? Skicirajte graf funkcije. Na grafu naznačite ekstrem i nultočke. Ograničite domenu i kodomenu tako da funkcija bude bijekcija, pa joj odredite inverz i skicirajte graf inverza.

Zadatak 6. (3 boda) Dokažite $\log_a(B) = \log_A(B) \cdot \log_a(A)$

Zadatak 7. (5 bodova) Izračunajte:

$$(a) 4^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^{-0.5} \quad (b) \log_2 \frac{1}{8} \quad (c) \log_2 \frac{4}{3} + \log_2 3$$

Damjan Pištalo